

ÁTLAG, SZÁMTANI KÖZÉP

ELMÉLET

Átlag vagy más szóval számtani közép

Adott n darab valós szám: $a_1, a_2, \dots, a_n$. Ezen számok **átlagát** vagy más szóval **számtani közepét** megkapjuk, ha az össze-
güket osztjuk n -nel, vagyis a számok darabszámával: $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.

Ha az adatok gyakorisága ismert, akkor egyszerűbbé tehetjük a számolást: a számok összegét úgy számoljuk ki, hogy az adatokat megszorozzuk a gyakoriságukkal, majd ezeket a szorzatokat összeadjuk. Ekkor azt mondjuk, hogy **súlyozott számtani közepet** számoltunk.

ELMÉLET

1. Két valós szám számtani közepe

Definíció: Ha a és b valós szám, akkor az $\frac{a+b}{2}$ számot a és b **számtani közepének** nevezzük.

2. Két pozitív valós szám mértani közepe

Pozitív számok esetén definiáljuk a számok mértani közepét is.

Definíció: Ha az a és b pozitív valós szám, akkor a $\sqrt{a \cdot b}$ számot a és b **mértani közepének** nevezzük.

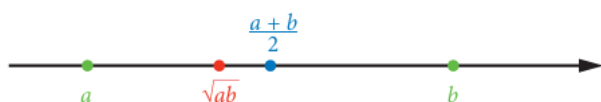
3. Számtani és mértani közép közti egyenlőtlenség

Tétel: Ha a és b pozitív valós számok, akkor számtani közepük nagyobb vagy egyenlő, mint mértani közepük. Számtani és mértani közepük akkor és csak akkor egyenlő, ha $a = b$.

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \quad (a, b \text{ pozitív valós számok})$$

– Ha $a = b$, akkor a és b számtani és mértani közepe egyenlő $\left(\frac{a+a}{2} = a \text{ és } \sqrt{a \cdot a} = a\right)$. Az állítás megfordítása is igaz: ha két pozitív szám számtani és mértani közepe egyenlő, akkor maguk a számok is egyenlők.

– Ha $a \neq b$, akkor a és b számtani közepe nagyobb, mint a mértani közepük: $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$. Az állítás megfordítása is igaz: ha két pozitív szám számtani közepe nagyobb a mértani közepüknél, akkor a két szám nem egyenlő.



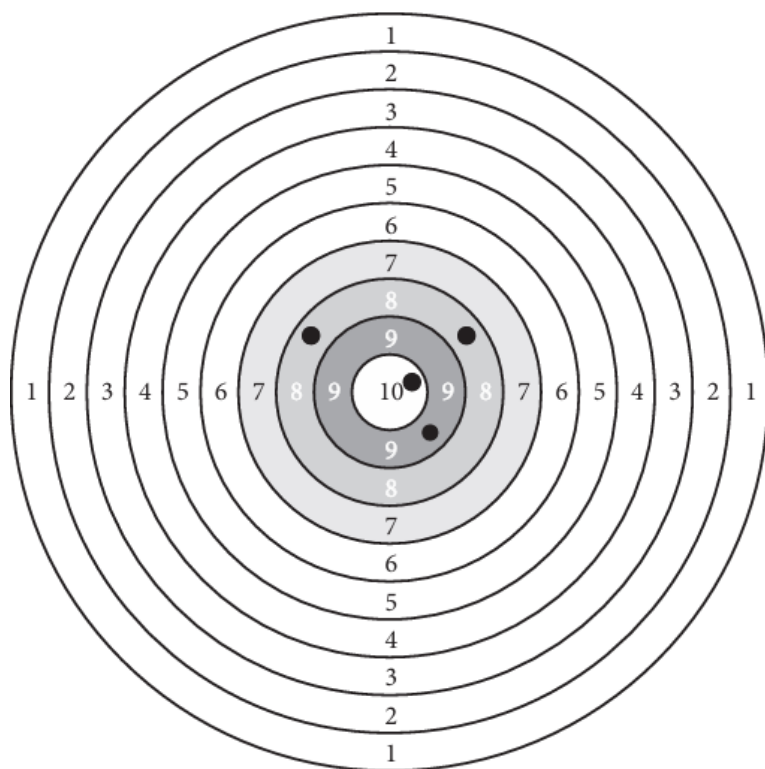
Például:

a 8 és a 98 számtani közepe: $(8 + 98) : 2 = 106 : 2 = 53$, a mértani közepük: $\sqrt{8 \cdot 98} = \sqrt{784} = 28$.

Látjuk, hogy a számtani közép nagyobb a mértani közepnél: $53 > 28$.

1. (Kompetenciamérés, 2011)

Feri lövészversenyen vesz részt. A versenyzőknek öt lövést kell leadniuk. Az ábra Feri első négy találatát mutatja. Ahhoz, hogy Feri megszerezze a győzelmet, az öt lövésből 8,6-nél magasabb találati átlagot kell elérnie. Legalább hány pontos találatot kell elérnie Ferinek az utolsó lövésekor a győzelemhez?



Megoldás

Feri eddig két darab 8-as, egy-egy darab 9-es és 10-es találatot ért el. Az utolsó körben elért találatát jelöljük x -szel!

A találatok átlaga: $\frac{8 + 8 + 9 + 10 + x}{5}$. A következő egyenlőtlenséget kell megoldanunk:

$$\frac{8 + 8 + 9 + 10 + x}{5} > 8,6$$

$$\frac{35 + x}{5} > 8,6$$

$$35 + x > 43$$

$$x > 8$$

A győzelemhez 8-asnál nagyobb, tehát legalább 9 pontos lövés kell.

- 2.** Kata 20-szor dobott egy szabályos dobókockával, majd a dobásairól táblázatot készített. Add meg a hiányzó értéket, majd számold ki Kata dobásainak átlagát!

Dobott szám	1	2	3	4	5	6
Dobás gyakorisága	2	2	4	4	5	

Megoldás

A hatos dobás gyakoriságát megkapjuk, ha a többi dobás számát levonjuk 20-ból: $20 - (2 + 2 + 4 + 4 + 5) = 3$, tehát 3 dobás eredménye volt hatos. A dobások átlaga a gyakoriságok segítségével így számolható:

$$\frac{2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 3 \cdot 6}{20} = \frac{77}{20} = 3,85 .$$